

5. Considerăm mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 1 - 2x < 11\} \text{ și } B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} \leq \frac{x+2}{6} \leq \frac{3}{5} \right\}.$$

a) Determinați  $A \cap \mathbb{Z}$ .

b) Scrieți mulțimile  $A$  și  $B$  sub formă de intervale.

6. Fie numerele  $a = \sqrt{2} - 1$  și  $b = \sqrt{2} + 1$ .

a) Calculați  $a \cdot b$  și  $a^2 + b^2$ .

b) Determinați media aritmetică și media geometrică ale numerelor  $a$  și  $b$ .

c) Indicați un număr rațional și unul irațional din intervalul  $(a, b)$ .

7. Considerăm mulțimea  $A = \{\sqrt{1}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \dots; \sqrt{100}\}$ .

a) Câte numere irrationale conține mulțimea  $A$ ?

b) Calculați suma numerelor raționale din mulțimea  $A$ .

c) Câte numere din mulțimea  $A$  sunt mai mici decât 5,1?

8. Fie numerele  $a = \sqrt{2} - \sqrt{2}$  și  $b = \sqrt{2} + \sqrt{2}$ .

a) Calculați  $a \cdot b$ .

b) Calculați  $(a+b)^2$ .

c) Arătați că numărul  $b : a - \sqrt{2}$  este rațional.

9. Fie  $x, y \in \mathbb{R}$ .

a) Arătați că  $x^2 - 6x + 10 = (x-3)^2 + 1$ .

b) Demonstrați că  $\sqrt{x^2 - 6x + 10} \geq 1$ .

c) Determinați  $x$  și  $y$  pentru care expresia  $\sqrt{x^2 - 6x + 10} + \sqrt{9y^2 + 6y + 10}$  are valoarea minimă.

10. Fie  $x, y, z, t \in \mathbb{Q}$ .

a) Dacă  $x + y\sqrt{2} = 0$ , arătați că  $x = y = 0$ .

b) Dacă  $x + y\sqrt{2} = z + t\sqrt{2}$ , demonstrați că  $x = z$  și  $y = t$ .

c) Determinați  $x$  și  $y$ , știind că  $x(1+2\sqrt{2}) + y(1+\sqrt{2}) = 2+4\sqrt{2}$ .

## TEMA 5. Calculi algebrici

Partea I

Calculați:

1.  $2(3x+1) + 3(1-2x)$ ;

3.  $x \cdot x + x + x$ ;  $x$ ;

5.  $x^8 : x^7 + x^6 - x^4 : x^3 + x^2 : x$ ;

7.  $(x-2)(x+2) + 4$ ;

9.  $(x+4)(x-3) - (x+12)$ ;

2.  $3(x^2 - 2x - 2) + x(6 - 3x)$ ;

4.  $(2\sqrt{3} \cdot x^2) : (3x^2)$ ;

6.  $(x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x^4) : x^{10} \cdot x$ ;

8.  $(x-3)(x+3) - (x+3)^2 + 3(2x+7)$ ;

10.  $x^2 - 7x + 5 - (x+8)(x-1)$ ;

11.  $(2x+1)^2 - (2x-1)^2$ ;

13.  $(x^2+x+1)^2 - (x^2+x)^2$ ;

14.  $(x^2-x+2)^2 + x^2(-x^2+2x-5)$ ;

15. Se consideră expresia  $E(x) = (x+1)^2 - |x+1|$ . Calculați  $E(0)$  și  $E(-1)$ .

16. Se consideră expresia  $E(x) = (1-x)^{1001} + (x-1)^{1001}$ . Calculați  $E(2)$ .

17. Se consideră expresia  $E(x) = x^4 + 3x^2 - 5$ . Calculați valoarea expresiei pentru  $x = \sqrt{5}$ .

18. Se consideră expresia  $E(x) = x^2 + x + \sqrt{2}(2\sqrt{3}+1)$ . Calculați valoarea expresiei pentru  $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ .

Stabiliți valorile de adevăr ale propozițiilor:

19. "Pentru orice număr real  $x$ , are loc egalitatea  $(x+1)^2 = x^2 + 1$ ."

20. "Există un număr real  $x$  pentru care are loc egalitatea  $(x+1)^2 = x^2 + 1$ ."

21. Știind că  $a - b = 4$  și  $a^2 - b^2 = 24$ , calculați  $a + b$ .

22. Știind că  $a + b = 4$  și  $a \cdot b = 2$ , calculați  $\frac{a}{1} + \frac{b}{1}$ .

23. Știind că  $a + b = 4$  și  $a \cdot b = 2$ , calculați  $a^2 + b^2$ .

24. Știind că  $x - \frac{1}{x} = 2$ , calculați  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

25. Știind că  $a - b = 1$ , calculați  $a^2 + b^2 - 2ab + 2a - 2b + 1$ .

26. Știind că  $a + b = 4$  și  $ac + ad + bc + bd = 4\sqrt{3}$ , calculați  $c + d$ .

Descompuneți în factori:

27.  $x^2 - 5x$ ;

29.  $x(x+1) - x - 1$ ;

31.  $xy - x - y + 1$ ;

33.  $25x^2 - 49$ ;

35.  $x^2 + 6x + 9 - y^2$ ;

37.  $x^2 - 5x + 6$ ;

39.  $2x^2 + x - 1$ ;

40.  $x^3 + x^2 - 16x - 16$ .

41. Se consideră raportul  $F(x) = \frac{3-x^2}{x^2+2}$ . Calculați  $F(\sqrt{2})$ .

42. Se consideră raportul  $F(x) = \frac{x^2}{x-4}$ . Determinați mulțimea valorilor lui  $x$  pentru care  $F(x)$  este bine definit.

43. Se consideră raportul  $F(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$ . Determinați mulțimea valorilor lui  $x$  pentru care  $F(x)$  nu are sens.

44. Amplificați cu  $x-2$  raportul  $\frac{x}{2x+1}$ , unde  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$ .

